الموضوع الثاني

التمرين الأول(05ن) لكل سؤال جواب واحد صحيح فقط من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عينه مع التبرير:

1. حل المعادلة التفاضلية $3y'-2y+6=0$ و الدي يحقق $f(0)=4$ هو الدالة f المعرفة على R بـ:

أ) $f(x)=e^{\frac{2}{3}x}-3$　　ب) $f(x)=e^{\frac{2}{3}x}+3$　　ج) $f(x)=2e^{\frac{2}{3}x}+3$

2. مجموعة حلول المتراجحة $\ln(x-1)+\ln(x+2)\leq 2\ln 2$ في $\mathbb{R}$ هي:

أ) $S=[-2;2]$　　ب) $S=]1;2]$　　ج) $S=[-2;1]$

3. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x2^{-x}$, f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة f' هي:

أ/ $f'(x)=(1-x\ln 2)e^{-x\ln 2}$　　ب/ $f'(x)=(1-x)2^{-x}$　　ج/ $f'(x)=(2+x\ln 2)2^{-x}$

4. x عدد حقيقي موجب تماما , التكامل $\int_1^x \frac{\ln t}{t^2}dt$ يساوي:

أ) $\frac{-2\ln x-1}{x}$　　ب) $\frac{-\ln x}{x}-\frac{1}{x}$　　ج) $\frac{-\ln x-1+x}{x}$

5. f الدالة المعرفة على R بـ : $f(x)=\ln(x^2+2x+3)$ من أجل كل عدد حقيقي x يكون:

أ) $f(-2-x)=f(x)$　　ب) $f(2-x)=f(x)$　　ج) $f(-x)=f(x)$

التمرين الثاني(04ن) α ، β عددان طبيعيان كل منهما أصغر من 7؛ وليكن A العدد الطبيعي المضاعف لـ 7 والذي يكتب في نظام التعداد ذو الأساس 9 و 7 على الترتيب بـ: $\overline{2\alpha 8\beta}$ و $\overline{5\alpha 1\beta}$

1) جد α ، β ثم أكتب العدد A في النظام العشري.

2) أحسب $PGCD(2016,2268,2772)$

3) نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية Z المعادلة ذات المجهولين x ، y

$$2772x-2268y=2016\ldots\ldots\ldots\ldots(E)$$

أ. بيّن انه من اجل كل عددين حقيقيين x، y المعادلة (E) تكافئ $11x-9y=8$

ب. جـد (x_0,y_0) حل للمعادلة (E) والتي تحقق $x_0+y_0=8$

ت. استنتج في Z^2 مجموعة حلول المعادلة (E).

4) بفرض x و y موجبان و أن (x,y) حلل المعادلة (E) وبوضع $PGCD(x,y)=d$

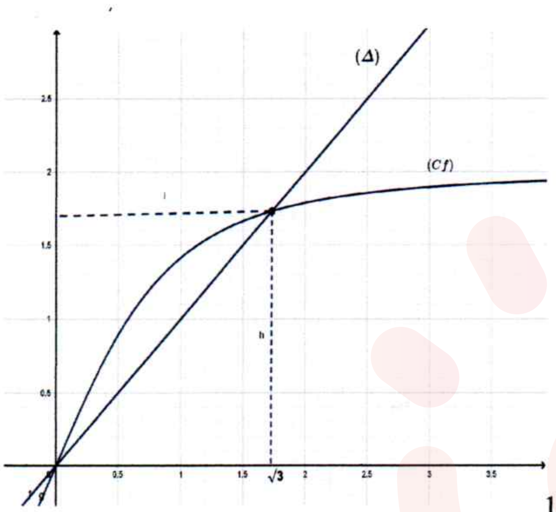
أ. أوجد القيم الممكنة لـ d

ب) استنتج كل الثنائيات (x,y) حلول المعادلة (E) التي تحقق : $PGCD(x,y)=2$

التمرين الثالث(04ن)

1)الشكل المقابل هو التمثيل البياني (C_f)للدالة f المعرفة على $[0,+\infty[$ب : $f(x)=\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$



أ) أدرس اتجاه تغير الدالة f على $[0,+\infty[$

ب)بيّن أنه إذا كان $x\in\left[0,\sqrt{3}\right]$ فإن $f(x)\in\left[0,\sqrt{3}\right]$

2) نعرّف المتتالية (u_n)كما يلي :

$u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) باستعمال التمثيل البياني (C_f)والمستقيم (Δ)

مثّل الحدود u_0، u_1، u_2 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل

ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n)وتقاربها.

ب) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n: $1\le u_n\le\sqrt{3}$

ج) بيّن من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}-u_n=\dfrac{u_n\left(2-\sqrt{u_n+1}\right)}{\sqrt{u_n^2+1}}$، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

د)استنتج أن المتتالية (u_n)متقاربة

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي nب: $v_n=\dfrac{u_n^2}{3-u_n^2}$

أ)برهن أن (v_n)متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب)أكتب عبارة v_nبدلالة nثم استنتج u_nبدلالة n

ج)أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$

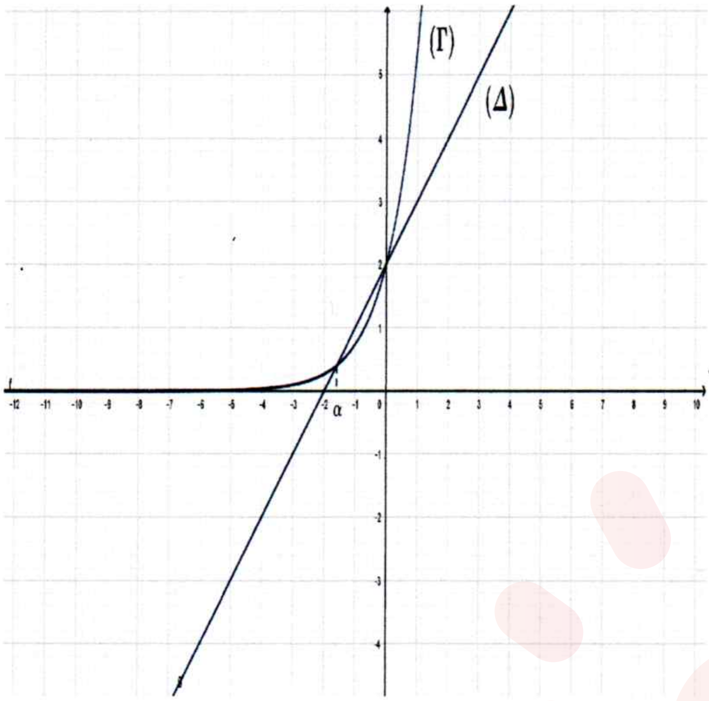
4) أحسب p_n بدلالة n حيث: $p_n=\dfrac{(u_0\times u_1\times\cdots\times u_n)^2}{\left(3-u_0^2\right)\left(3-u_1^2\right)\cdots\left(3-u_n^2\right)}$

التمرين الرابع(07ن)

I) المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، الشكل أدناه يتضمن (Γ)التمثيل البياني للدالة: $x\to 2e^x$ ، (Δ)المستقيم ذو المعادلة : $y=x+2$ ، 0و α هما فاصلتا نقطتي تقاطع (Γ)و (Δ)

حيث : $-1,6\prec\alpha\prec-1,5$

1) بقراءة بيانية حدّد وضعية المنحني (Γ)بالنسبة إلى (Δ)على R



2) g لدالة العددية للمتغير الحقيقي x والمعرفة على R

ب : $g(x)=-2e^{x}+x+2$

حدّد إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x.

II) f الدالة العددية المعرفة على R ب :

$f(x)=2(ex-3)+(x+3)e^{-x+1}$ ،

(C_f) هو تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1) أ – أحسب كلا من : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي xمن R

: $f'(x)=-g(x)e^{-x+1}$.

ج) عيّن دون حساب: $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ ،

ثم فسّر النتيجة هندسيا.

المستقيم (D) ذو المعادلة : $y=2(ex-3)$ هو

مستقيم مقارب ل (C_f)عند ∞+ثم أدرس وضعية (C_f)بالنسبة إلى (D)

ب) بيّن أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيتيها .

ج) بيّن أن المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها β حيث: $-2,4\prec\beta\prec-2,3$.

3) أنشئ كل من (D)و (C_f) . نأخذ $f(-3)\approx-22.31$ و $f(\alpha)\approx 4.15$

4–أ) جد العددين الحقيقيين a,bحتى تكون الدالة $x\to(ax+b)e^{-x+1}$ أصلية للدالة $x\to(x+3)e^{-x+1}$ علىR

ب)أحسب I_n مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f)والمستقيم (D)و المستقيمين الذين معادلتيها: $x=1$ و $x=n$

حيث n عدد طبيعي $(n\succ 1)$، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$.

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة كاملة
التمرين الأول	حل التمرين الأول: 1-الإجابة الصحيحة هي : (ب) التبرير : $3y'-2y+6=0$ يكافئ $y'=\frac{2}{3}y-2$ $y=ce^{\frac{2}{3}x}+3$ ومنه $f(x)=ce^{\frac{2}{3}x}+3$	01ن	05 ن
	2-الإجابة الصحيحة هي: (ب) التبرير $D=]1;+\infty[$: $\ln(x-1)+\ln(x+2)\leq 2\ln 2$.........(1)) 1) يكافئ $\ln[(x-1)(x+2)]\leq \ln 4$ تكافئ $x^2+2x-x-2\leq 4$ $x^2+x-6\leq 0$ ومنه $S=]1;2]$	01ن	
	3--الإجابة الصحيحة هي: (أ) التبرير $f(x)=xe^{-x}$: $f'(x)=xe^{-x\ln 2}$ يكافئ $f'(x)=e^{-x\ln 2}+(-\ln 2)e^{-x\ln 2}.x$ $f'(x)=e^{-x\ln 2}(1-x\ln 2)$ ومنه $f'(x)=(1-x\ln 2)e^{-x\ln 2}$	01ن	
	4---الإجابة الصحيحة هي: (ج)	01ن	

	التبرير: $\int_1^x \frac{\ln t}{t^2}dt=[\frac{-\ln t}{t}]_1^x-\int_1^x \frac{-1}{t^2}dt$ $=\frac{-\ln x}{x}-[\frac{1}{t}+c]_1^x$ $=\frac{-\ln x}{x}-(\frac{1}{x}+c-1-c)$ $=\frac{-\ln x-1+x}{x}$ 5-الإجابة الصحيحة هي: (أ) التبرير: $f(x)=\ln(x^2+2x+3)$ $f(-2-x)=\ln[(-2-x)^2+2(-2-x)+3]$ $=\ln(4+x^2+4x-4-2x+3)$ $=\ln(x^2+2x+3)$ $=f(x)$ ***التمرين الثالث***: أ-) تحديد اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0,+\infty[$ الدالة f قابلة للإشتقاق على المجال $[0,+\infty[$ و $f'(x)=\frac{2}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}\succ 0$ هذا يعني الدالة f متزايد تماماعلى المجال $[0,+\infty[$ 1-ب) نبين إذا كان $1\le x\le\sqrt{3}$ فإن $1\le f(x)\le\sqrt{3}$ لدينا من أجل $1\le x\le\sqrt{3}$ فإن $f(1)\le f(x)\le f(\sqrt{3})$ (لأن الدالة f متزايدة تماما على المجال $\left[1,\sqrt{3}\right]$)ومنه $\sqrt{2}\le f(x)\le\sqrt{3}$ ومنه $1\le\sqrt{2}\le f(x)\le\sqrt{3}$ ومنه $1\le f(x)\le\sqrt{3}$ وهو المطلوب 2-أ) تمثيل الحدود u_0,u_1 و u_2 على محور الفواصل نسقط النقطة $M_0(u_0=1,u_1)$ على (Δ) وفق (ox) ثم نسقط نقطة المحصل عليها على (C_f) وفق (oy) نحصل على النقطة $M_1(u_1,u_2)$ وهكذا نكرر العملية نحصل على M_2	01ن 0.5ن 0.25ن	04ن	

0.25ن

ب)يبدو من خلا ل الرسم المتتالية (u_n) متزايدة على ℕ ومتقاربة نحو العدد $\sqrt{3}$

2−ب) لنبرهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \le u_n \le \sqrt{3}$.

لنتحقق من أجل $n=0$ أي : $1 \le u_0 = 1 \le \sqrt{3}$ (محققة)

نفرض أن : $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ و لنثبت : $1 \le u_{n+1} \le \sqrt{3}$

لدينا فرضا : $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ ومنه : $f(1) \le f(u_n) \le f(\sqrt{3})$ (حسب سؤال رقم 1−ب) ومنه $1 \le u_{n+1} \le \sqrt{3}$ صحيحة

وبالتالي $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ صحيحة

0.5ن

ج) نبين من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \dfrac{u_n(2-\sqrt{u_n^2+1})}{\sqrt{u_n^2+1}}$

لدينا من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} - u_n = \dfrac{2u_n}{\sqrt{u_n^2+1}} - u_n = \dfrac{2u_n - u_n\sqrt{u_n^2+1}}{\sqrt{u_n^2+1}} = \dfrac{u_n(2-\sqrt{u_n^2+1})}{\sqrt{u_n^2+1}}$ لدينا من أجل كل

عدد طبيعي n: $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ ومنه $1 \le u_n^2 \le 3$ ومنه $2 \le u_n^2 + 1 \le 4$

ومنه $\sqrt{2} \le \sqrt{u_n^2+1} \le 2$ ومنه $-2 \le -\sqrt{u_n^2+1} \le -\sqrt{2}$ ومنه $0 \le 2-\sqrt{u_n^2+1} \le 2-\sqrt{2}$ وبالتالي:

0.25ن

$u_{n+1} - u_n = \dfrac{u_n(2-\sqrt{u_n^2+1})}{\sqrt{u_n^2+1}} \ge 0$ وعليه المتتالية (u_n) متزايدة على ℕ

بما ان المتتالية (u_n) متزايدة ومحدودة من الاعلى فهي متقاربة

3)نبين (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

لدينا من أجل كل عدد طبيعي n:

$$v_{n+1} = \frac{u_{n+1}^2}{3-u_{n+1}^2} = \frac{\dfrac{4u_n^2}{u_n^2+1}}{3-\dfrac{4u_n^2}{u_n^2+1}} = \frac{4u_n^2}{u_n^2+1} \times \frac{u_n^2+1}{-u_n^2+3} = 4\left(\frac{u_n^2}{3-u_n^2}\right) = 4v_n$$

0.25ن

ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=4$ وحدها الاول $v_0=\frac{1}{2}$			
عبارة الحد العام v_n **بدلالة** n : $v_n=\frac{1}{2}(4)^n$ أي $v_n=2^{2n-1}$		0.25ن	
عبارة الحد العام u_n **بدلالة** n : بوضع $v_n=y$ و $u_n=x$ المساواة $v_n=\frac{u_n^2}{3-u_n^2}$ تكافيء			
$y=\frac{x^2}{3-x^2}$ أي $y(3-x^2)=x^2$ أي $3y-yx^2=x^2$ أي $3y=yx^2+x^2=x^2(y+1)$ أي			
$x^2=\frac{3y}{1+y}$ هذا يعني: $u_n^2=\frac{3v_n}{1+v_n}$ هذا يعني $u_n=\sqrt{\frac{3v_n}{1+v_n}}$ أو $u_n=-\sqrt{\frac{3v_n}{1+v_n}}$ بماأن		05ن	
المتتالية (u_n) موجبة فإن: $u_n=\sqrt{\frac{3v_n}{1+v_n}}$ أي $u_n=\sqrt{\frac{3(2^{2n-1})}{1+(2^{2n-1})}}$			
حساب $\lim_{n\to+\infty} u_n$ لدينا: $\lim_{n\to+\infty}\frac{3(2^{2n-1})}{1+(2^{2n-1})}=\lim_{n\to+\infty}\frac{3(2^{2n-1})}{(2^{2n-1})}=3$ لأن: $\lim_{n\to+\infty}2^{2n-1}=+\infty$ ومنه $\lim_{n\to+\infty}u_n=\sqrt{3}$		0.25ن	
حساب بدلالة n الجداء: $p_n=\frac{(u_0\times u_1\times\cdots\times u_n)^2}{(3-u_0{}^2)(3-u_1{}^2)\cdots(3-u_n{}^2)}$		0.25ن	
$$\begin{aligned} p_n &= v_0\times v_1\times v_2\cdots\times v_n = v_0\times v_0\times q\cdots\times v_0\times q^n \\ &= v_0{}^{n+1}\times q^{1+2+\cdots+n} \\ &= v_0^{n+1}\times q^{1+2+\cdots+n} \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\times q^{\frac{n(n+1)}{2}} \\ &= 2^{-n-1}\times 2^{n^2+n} \\ &= 2^{n^2-1} \end{aligned}$$		0.25ن	
<u>**حل التمرين الثاني:**</u>			
الجزءالاول:			
تحديد وضعية المنحني (Γ) **بالنسبة إلى** (Δ)			
لدينا من أجل $x\in]-\infty,\alpha[\cup]0,+\infty[$ أعلى (Δ)		0.25ن	
ومن أجل $x\in]\alpha,0[$ (Γ) أسفل (Δ)			
ومن أجل $x=\alpha$ أو $x=0$ لدينا $(\Gamma)\cap(\Delta)=\{(\alpha,\alpha+2),(0,2)\}$		0.25ن	

تحديد إشارة $g(x)$:

لدينا $g(x)=0$ من أجل $x=\alpha$ أو $x=0$

$g(x)\succ 0$ من أجل $x\in]\alpha,0[$ و $g(x)\prec 0$ من أجل $x\in]-\infty,\alpha[\cup]0,+\infty[$

الجزء الثاني: f دالة معرفة على ℝ ب: $f(x)=2(ex-3)+(x+3)e^{-x+1}$

حساب النهايات: $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ لأن $\lim_{x\to-\infty} 2(ex-3)=-\infty$ و

$\lim_{x\to-\infty}(x+3)e^{-x+1}=-\infty$

07ن

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty+\infty$ (حالة عدم التعيين) إزالتها

0.25ن

لدينا: $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} 2(ex-3)+e\left(\frac{x}{e^x}+\frac{3}{e^x}\right)=+\infty$

لأن: $\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x}+\frac{3}{e^x}=0$

نبين من أجل كل عدد حقيقي: $f'(x)=-g(x)e^{-x+1}$

الدالة f قابلة للإشتقاق على ℝ و عبارة دالتها المشتقة هي :

$f'(x)=2e+e^{-x+1}-(x+3)e^{-x+1}=2e\left(e^{-x+1}\right)\left(e^{+x-1}\right)+e^{-x+1}-(x+3)e^{-x+1}$ ومنه.

0.50ن $f'(x)=\left(e^{-x+1}\right)\left[2e\times e^{x-1}+1-x-3\right]=e^{-x+1}(2e^x-x-2)=-e^{-x+1}(-2e^x+x+2)$

ومنه : $f'(x)=-g(x)e^{-x+1}$

حساب $\lim_{h\to0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$

0.25ن لدينا $\lim_{h\to0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}=f'(\alpha)=0$

التفسيير الهندسي: (C_f) يقبل مماس عند نقطة ذات الفاصلة α موازي لحامل محور فواصل

دراسة اتجاه تغير الدالة f :إشارة $f'(x)$ من إشارة $-g(x)$

0.25ن

$f'(x)=0$ من أجل $x=0$ أو $x=\alpha$

$f'(x)\succ 0$ من أجل $x\in]-\infty,\alpha[\cup]0,+\infty[$ معناه الدالة f متزايدة تماما على كل من المجاليين $]-\infty,\alpha[$ و $]0,+\infty[$

$f'(x) \prec 0$ من أجل $x \in]0,\alpha[$ معناه الدالة f متناقصة تماما على المجال $]0,\alpha[$.

جدول تغيرات الدالة f

0.75ن

2-أ)نبين أن المستقيم (D) ذو المع

لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-y = \lim\limits_{x\to+\infty}(x+3)e^{-x+1} = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{e^x}+\frac{3}{e^x}\right)e = 0$

دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D) : لدينا $f(x)-y=(x+3)e^{-x+1}$

إشارة $f(x)-y$ من إشارة العدد $x+3$ ومنه على المجال $]-\infty,-3]$ (C_f) أسفل (D) 0.5ن

وعلى المجال $[-3,+\infty[$ (C_f) أعلى (D) ومن أجل $x=-3$ (C_f) يقطع (D) في نقطة $(-3,2(-3e-3))$

نبين أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف: لدينا f' قابلة للإشتقاق على □و

$f''(x)=(x+1)e^{-x+1}$ 0.25ن

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	0	$+$

$f''(x)$ تنعدم عند قيمة $x_0=-1$ مغيرة إشارتها وعليه النقطة $A(1,f(1)=2e-2)$ نقطة انعطاف للمحني البياني (C_f)

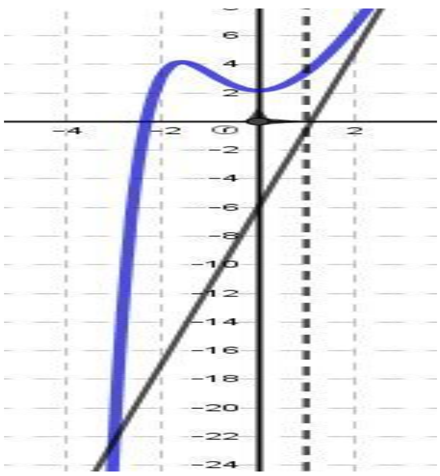
نبين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة فا صلتها β بحيث: $-2,4<\beta<-2,3$

لدينا الدالة f معرفة و مستمرة و رتيبة تماما على المجال $]-\infty,\alpha]$ و بالخصوص على المجال $[-2,4,-2,3]$ ومن جهة أخرى 0.5ن

لدينا $f(-2,3)\times f(-2,4)<0$ إذن حسب مبرهنة القيم

المتوسطة فإن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث : $-2,4<\beta<-2,3$ أي (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة

فا صلتها β بحيث: $-2,4<\beta<-2,3$ 0.25ن



رسم المنحني (C_f) و (D)

إيجاد العدديين الحقيقيين a و b بحيث

حتى تكون الدالة $x \longrightarrow (ax+b)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية لدالة

$x \longrightarrow (x+3)e^{-x+1}$ على □ 0.50ن

تكون الدالة $x \longrightarrow (ax+b)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية

للدالة $x \longrightarrow (x+3)e^{-x+1}$ إذا وفقط تحقق ما يلي من أجل كل

	0.5ن	عدد حقيقي x لدينا: $ae^{-x+1}-(ax+b)e^{-x+1}=(x+3)e^{-x+1}$ أي $(-ax-b+a)e^{-x+1}=(x+3)e^{-x+1}$ بالمطابقة نجد : $-a=1$ و $-b+a=3$ ومنه نجد $a=-1$ و $b=-4$	
	0.5ن	حساب مساحة الحيز المحددة بين المستقيمين: $x=1$ و $x=n$ بحيث $n\succ 1$ والمستقيم (D) $I_n=\int_1^n[f(x)-y]dx=\left[-(x+4)e^{-x+1}\right]_1^n=-(n+4)e^{-n+1}+5$	
	0.5ن	ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n=\lim\limits_{n\to+\infty}-(n+4)e^{-n+1}+5=+5$ لأن: $\lim\limits_{n\to+\infty}-(n+4)e^{-n+1}=\lim\limits_{n\to+\infty}-(\frac{n}{e^n}+\frac{4}{e^n})e=0$ ***<u>حل التمرين الرابع:</u>***) إيجاد α و β :	
	0.5ن	لدينا $\begin{cases}A=\beta+8.9^1+\alpha.9^2+2.9^3\\A=\beta+7+\alpha.7^2+5.7^3\end{cases}$ أي $\begin{cases}A=\beta+81\alpha+1530\\A=\beta+49\alpha+1722\end{cases}$ ومنه $32\alpha-192=0$ وبالتالي $\alpha=\frac{192}{32}=6$	
	0.5ن	نعوض α في الجملة نجد: $\begin{cases}A=\beta+2016\\A=\beta+2016\end{cases}$ لدينا $A\equiv 0[7]$ أي $\beta+2016\equiv 0[7]$	

$\beta \equiv 0[7]$

$\beta = 7k \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$

بماأن $0 \le \beta < 7$ 0.25ن

فإن $\beta = 0$

ومنه $\alpha = 6$ و $\beta = 0$ 0.25ن

•كتابة العدد A في النظام العشري:

لدينا $\alpha = 6$ و $\beta = 0$

$A = \beta + 81\alpha + 1530$

$A = 0 + 81(6) + 1530$

ومنه $A = 2016$ 0.4ن

2) حساب PGCD :

$PGCD(2016;2268;2772) = 252$ 0.7ن

3) لدينا المعادلة (E) $2772x - 2268y = 2016$ تكافئ $11x - 9y = 8$ .....(*)

إيجاد $(x_0 ; y_0)$:

لدينا $x_0 + y_0 = 8$ تكافئ $x_0 = 8 - y_0$

بالتعويض في (*) نجد: $11(8 - y_0) - 9y_0 = 8$ تكافئ $88 - 11y_0 - 9y_0 = 8$

تكافئ $88 - 20y_0 = 8$

تكافئ $y_0 = 4$

ومنه $(x_0 ; y_0) = (4;4)$

• استنتاج مجموعة حلول المعادلة(E):

$$\begin{cases} 11x - 9y = 8 ....(*) \\ 11(4) - 9(4) = 8 \end{cases}$$

ومنه $11(x-4) - 9(y-4) = 0$ تكافئ $11(x-4) = 9(y-4)$

أي $11 / 9(y-4)$

و $\text{PGCD}(11;9) = 1$

حسب مبرهنة غوص : $11 / y-4$

أي $y - 4 = 11k \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$

ومنه $y=11k+4$ 0.25ن

بالتعويض في (*) نجد $11x-9(11k+4)=8$ تكافئ $11x-99k-36=8$

تكافئ $11x=99k+44$ 0.50ن

تكافئ $x=9k+4$

ومنه: $S=\{(9k+4;11k+4)/k\in\mathbb{Z}\}$

❖) إيجاد قيم d:

$\begin{cases} d/x \\ d/y \end{cases}$ هذا يعني $d/11x-9y$ 0.25ن

أي $d/8$ 0.25ن

و منه $d\in\{1;2;4;8\}$

2) استنتاج الثنائية $(x;y)$:

لدينا $PGCD(x;y)=2$ يكافئ $\begin{cases} 2/(11k+4) \\ 2/(9k+4) \end{cases}$

يكافئ $\begin{cases} 11k+4\equiv 0[2] \\ 9k+4\equiv 0[2] \end{cases}$

يكافئ $\begin{cases} k\equiv 0[2] \\ k\equiv 0[2] \end{cases}$

أي $k=2k'$; $k'\in\mathbb{Z}$ 01ن

ومنه $\begin{cases} x=11(2k')+4 \\ y=9(2k')+4 \end{cases}$

إذن $S=\{(22k'+4;18k'+4)\}$

0.5ن